

F. C. 1060

ISTITUTO IDROGRAFICO DELLA MARINA

L. PAPA

Metodi correlativi per l'analisi delle maree



GENOVA - 1975

F. C. 1060

ISTITUTO IDROGRAFICO DELLA MARINA

L. PAPA

Metodi correlativi per l'analisi delle maree



GENOVA - 1975

LORENZO PAPA (*)

METODI CORRELATIVI PER L'ANALISI DELLE MAREE

RIASSUNTO

Viene presentato un metodo di filtraggio per selezionare dai mareogrammi le costanti armoniche di un notevole numero di componenti astronomiche di marea. Disturbi con periodi vicini a quelli delle componenti astronomiche derivanti da sesse o da altri fattori ambientali determinano, con gli usuali metodi di calcolo, la cosiddetta « variabilità » delle costanti armoniche. Per evitare tale variabilità ed isolare ciascuna componente sinusoidale si devono impiegare filtri molto selettivi, in modo che ogni disturbo presente nelle registrazioni possa essere del tutto eliminato.

Il metodo di analisi descritto nel presente lavoro si avvale di tecniche di crosscorrelazione per realizzare le operazioni di filtraggio, risulta più semplice e più rapido dell'analisi periodale e richiede inoltre registrazioni mareografiche di più breve durata. Tale metodo è stato applicato in via preliminare alle registrazioni mareografiche di Genova (mareografo Ponte Morosini).

SUMMARY

A new method for selecting the harmonic constants of a large number of tide components is presented.

The effects of storm surges and seiches with periods close to those of tides can produce variations in the harmonic constants. It follows that very selective filtering operations must be used in order to separate the meteorological from the astronomical effects. The correlation technique proposed in this paper is more powerful than the conventional filtering operations and does not require very long tidal records.

This method has been successfully applied to the tidal records of Genoa-Ponte Morosini.

(*) Istituto Geofisico e Geodetico, Università di Genova.

1. INTRODUZIONE.

La precisa conoscenza delle costanti armoniche di marea in un dato luogo permette di ricostruire con esattezza la marea astronomica ed inoltre di studiare l'andamento del livello marino in connessione a fattori non astronomici. Le variazioni del livello del mare causate da effetti meteorologici possono infatti essere evidenziate se dalle registrazioni mareografiche viene eliminata la marea astronomica. La presenza di disturbi con periodi prossimi a quelli delle componenti di marea impone l'impiego di filtri molto selettivi, in modo da eliminare la « variabilità » delle costanti armoniche.

L'analisi periodale ⁽³⁾ permette, tramite combinazioni lineari correnti di ordinate, di selezionare con buona precisione un notevole numero di onde elementari di marea e di studiare le periodicità presenti nel mareogramma residuo. Il metodo proposto che impiega tecniche di crosscorrelazione presenta maggior semplicità e rapidità al calcolatore e può essere applicato a registrazioni mareografiche di più breve durata.

2. IL METODO.

Il problema di isolare dalle registrazioni mareografiche ciascuna componente elementare di marea è del tutto equivalente al problema di separare un segnale sinusoidale da altri elementi periodici, aperiodici o casuali ad esso sovrapposti.

Sia $f(t)$ il segnale dato, $s(t)$ la funzione sinusoidale da estrarre, e $n(t)$ tutto ciò che è sovrapposto alla componente $s(t)$ in esame. Si potrà allora porre:

$$f(t) = s(t) + n(t)$$

Supposto noto il periodo $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ del segnale $s(t)$ consideriamo una funzione $g(t)$ avente lo stesso periodo di $s(t)$

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta)$$

$$g(t) = A_2 \cos(\omega_1 t) \quad \text{dove } A_2 \text{ è una quantità nota.}$$

La funzione di crosscorrelazione del segnale $f(t)$ con la funzione $g(t)$ risulterà allora:

$$\varphi_{fg}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) g(t + \tau) dt = \varphi_{sg}(\tau) + \varphi_{ng}(\tau) \quad \tau > 0 \quad (1)$$

Poichè per l'estrazione si dispone sempre di funzioni di durata finita, ai fini del calcolo si utilizzerà la seguente espressione approssimata:

$$\varphi_{fg}(\tau) \cong \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) g(t + \tau) dt \quad \tau > 0 \quad (2)$$

Paragoniamo ora le operazioni che intervengono nella (1) con quelle che compie un sistema lineare. In un sistema lineare se $f_i(t)$ è la funzione di ingresso e $h(t)$ è la risposta del sistema all'impulso unitario, l'uscita $f_o(t)$ è data, come è noto, dall'integrale di convoluzione:

$$f_o(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(t) h(\tau - t) dt \quad \tau > 0 \quad (3)$$

Confrontando allora la (3) con la (1) risulta che un sistema lineare caratterizzato da:

$$\begin{aligned} h(t) &= g(-t) \\ f_i(t) &= f(t) \end{aligned} \quad (4)$$

esegue la crosscorrelazione (1) e si può quindi porre:

$$f_o(\tau) = T \varphi_{fg}(\tau) \quad \tau > 0$$

Nel nostro caso si avrà allora:

$$h(t) = g(-t) = \begin{cases} A_2 \cos \omega_1 t & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0 & t \leq -T/2, t \geq T/2 \end{cases} \quad (5)$$

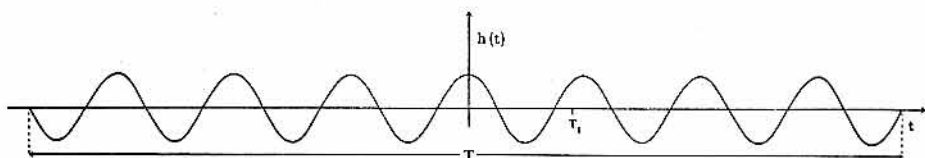


Fig. 1 — Risposta del sistema lineare all'impulso unitario per eseguire la crosscorrelazione.

Il periodo $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ del tratto di senoide è il periodo della funzione che si vuol estrarre e la durata T coincide con l'intervallo di crosscorrelazione (Fig. 1). Utilizzando come risposta ad impulso unitario l'espressione (5) si può calcolare la funzione $H(\omega)$ del sistema lineare:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{A_2 T}{2} \left\{ \frac{\text{sen}[(\omega + \omega_1)T/2]}{(\omega + \omega_1) T/2} + \frac{\text{sen}[(\omega - \omega_1)T/2]}{(\omega - \omega_1) T/2} \right\} \quad (6)$$

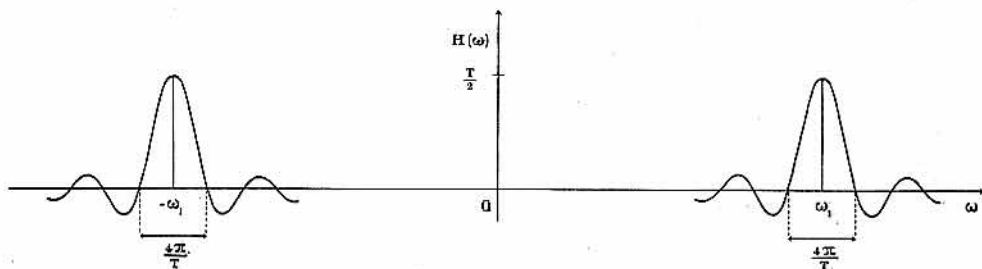


Fig. 2 — Andamento della funzione $H(\omega)$ del sistema lineare che esegue il filtraggio.

Più lungo è l'intervallo di crosscorrelazione T , più stretta è l'apertura dei due massimi principali, poichè la banda varia come $\frac{4\pi}{T}$ (Fig. 2). Contemporaneamente l'altezza dei massimi aumenta ed il caso limite, quando T tende all'infinito, corrisponde al filtro ideale che lascia passare solo l'onda sinusoidale con frequenza angolare ω_1 .

Noti allora i periodi delle onde presenti in $f(t)$ è possibile stabilire il valore del parametro T in $H(\omega)$ in modo da estrarre di volta in volta la componente desiderata ed eliminare tutto ciò che di periodico, aperiodico o casuale è ad essa sovrapposto.

Stabilito allora il valore appropriato di T il termine $\varphi_{ng}(\tau)$ nella (1) risulta del tutto trascurabile e si ottiene allora l'espressione approssimata:

$$\begin{aligned} \varphi_{fg}(\tau) &\approx \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) A_2 \cos[\omega_1(t + \tau)] dt = \varphi_{sg}(\tau) = \\ &= \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} A_1 \cos(\omega_1 t + \theta) A_2 \cos[\omega_1(t + \tau)] dt = \frac{A_1 A_2}{2} \cos(\omega_1 t - \theta). \end{aligned} \quad (7)$$

Questo risultato è conclusivo in quanto stabilisce che calcolata la funzione di crosscorrelazione $\varphi_{fg}(\tau)$ dei valori del mareogramma con i valori della funzione sinusoidale avente la stessa frequenza angolare dell'onda che si vuol isolare, una semplice operazione di minimizzazione permette di ricavare l'ampiezza A_1 e la fase θ di $s(t)$.

2.1. APPLICAZIONE AI MAREOGRAMMI DI GENOVA.

In un precedente lavoro ⁽⁵⁾ erano state calcolate le costanti armoniche di Genova col metodo dell'analisi periodale, utilizzando le letture orarie con continuità dal 1 novembre 1955 al 30 settembre 1959.

E' sembrato allora opportuno applicare il nuovo metodo alle stesse registrazioni per avere indicazione sull'efficacia delle tecniche impiegate e per controllare i risultati forniti dall'analisi periodale.

Nella Tab. 1 sono elencate le componenti principali diurne e semidiurne contraddistinte rispettivamente dall'indice 1 e 2, e le loro velocità angolari.

Tab. 1 — Componenti armoniche principali delle maree.

Componenti diurne	$\omega = \frac{\text{gradi}}{\text{ora}}$	Componenti semidiurne	$\omega = \frac{\text{gradi}}{\text{ora}}$
2Q ₁	12.8542862	XX ₂	27.3509802
σ ₁	12.9271398	MNS ₂	27.4238338
Q ₁	13.3986609	2N ₂	27.8953348
ρ ₁	13.4715115	μ ₂	27.9682084
O ₁	13.9430356	N ₂	28.4397295
MP ₁	14.0273793	ν ₂	28.5125831
XX ₁	14.4145567	M ₂	28.9841042
M ₁	14.4966940	λ ₂	29.4556253
π ₁	14.9178650	L ₂	29.5284789
P ₁	14.9589314	T ₂	29.9589330
S ₁	15.0000000	S ₂	30.0000000
K ₁	15.0410686	R ₂	30.0410667
Ψ ₁	15.0821353	K ₁	30.0821373
φ ₁	15.1232059	YY ₂	30.5536730
θ ₁	15.5125897	KJ ₂	30.6265120
J ₁	15.5854433		
SO ₁	16.0569644		
OO ₁	16.1391017		

Nella Tab. 2 vengono inoltre elencate le componenti principali di marea, la differenza in frequenza angolare $\Delta \omega$ tra valori consecutivi di esse, ed il tempo $T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ di crosscorrelazione calcolato in modo che, centrando di volta in volta la funzione $H(\omega)$ sulla frequenza angolare dell'onda da selezionare, la pulsazione della componente adiacente cadesse in corrispondenza del primo zero della funzione stessa.

Tab. 2 — Componenti di marea e parametri che intervengono nel filtraggio.

Componenti diurne	$\Delta\omega \equiv \frac{\text{Rad}}{\text{Ora}}$	T (ore)	Componenti semidiurne	$\Delta\omega \equiv \frac{\text{Rad}}{\text{Ora}}$	T (ore)
2Q ₁	0.0012715	4941.4	OO ₁	0.1956843	32.1
σ_1	0.0082296	763.5	XX ₂	0.0012714	4941.8
Q ₁	0.0012715	4941.4	MNS ₂	0.0082294	763.5
ρ_1	0.0082296	763.5	2N ₂	0.0012719	4940.0
O ₁	0.0014721	4268.3	μ_2	0.0082294	763.5
MP ₁	0.0067576	929.8	N ₂	0.0012717	4940.9
XX ₁	0.0014336	4382.9	ν_2	0.0082294	763.5
M ₁	0.0073508	854.8	M ₂	0.0082297	763.5
π_1	0.0007167	8766.3	λ_2	0.0012714	4942.1
P ₁	0.0007168	8765.5	L ₂	0.0075130	836.3
S ₁	0.0007168	8765.5	T ₂	0.0007167	8767.0
K ₁	0.0007167	8766.3	S ₂	0.0007166	8767.7
Ψ_1	0.0007168	8765.5	R ₂	0.0007169	8764.1
ϕ_1	0.0067960	924.5	K ₂	0.0082300	763.5
θ_1	0.0012715	4941.4	YY ₂	0.0012469	5039.2
J ₁	0.0082296	763.5	KJ ₂		
SO ₁	0.0014336	4382.9			
OO ₁					

La minima separazione in frequenza angolare si ha tra le componenti del gruppo semidiurno R₂ e S₂ ($\Delta\omega=0.0007166$), il che ha permesso con T=8768 ore, corrispondente a circa un anno di dati, la selezione completa delle onde elementari (*).

Un metodo di minimizzazione ha permesso poi, a partire dai dati risultanti dalle operazioni di filtraggio, di calcolare le costanti armoniche di ciascuna onda componente. Delle 33 onde selezionate solo a 16 si può attribuire realtà fisica in quanto per le rimanenti l'ampiezza, pur non presentando notevole modulazione, è risultata tuttavia inferiore al millimetro.

(*) Si è assunto come tempo iniziale di riferimento per le fasi l'ora zero del 1-1-57.

C'è da osservare inoltre che avendo fissato per ciascun filtro il valore di T corrispondente alla separazione angolare $\Delta \omega$ minima, per alcune componenti, soprattutto per quelle di ampiezza maggiore e più isolate, le funzioni di crosscorrelazione sono risultate perfettamente sinusoidali, mentre per altre esse hanno presentato qualche perturbazione. E' stata quindi necessaria una seconda applicazione del filtro per la selezione delle onde $\pi_1, P_1, S_1, K_1, \Psi_1, \phi_1, T_2, S_2, R_2, K_2$.

I risultati ottenuti sono mostrati nella Tab. 3 e risultano, entro i limiti degli errori, in buon accordo con quelli forniti dall'analisi periodale.

COSTANTI ARMONICHE DI GENOVA

Tab. 3 — Costanti armoniche di Genova calcolate col metodo dell'analisi periodale e della crosscorrelazione.

Componente	ANALISI PERIODALE		CROSSCORRELAZIONE	
	ampiezza (cm)	fase (gradi)	ampiezza (cm)	fase (gradi)
O_1	1.39	229.48	1.42	230.01
π_1	0.22	213.16	0.21	219.12
P_1	1.20	153.01	1.17	152.70
S_1	0.31	150.56	0.30	150.74
K_1	3.26	187.97	3.30	187.72
J_1	0.18	285.41	0.17	284.39
$2N_2$	0.24	217.37	0.25	214.05
μ_2	0.27	155.24	0.28	154.80
N_2	1.72	344.79	1.69	345.25
ν_2	0.40	274.23	0.41	273.18
M_2	8.56	115.92	8.54	115.80
L_2	0.17	65.11	0.18	65.01
T_2	0.26	145.17	0.25	146.02
S_2	3.20	87.96	3.23	87.80
R_2	0.19	134.98	0.21	133.68
K_2	0.79	305.45	0.79	305.10

BIBLIOGRAFIA

- 1) Vercelli F., 1954 — *Analisi periodale*. Tecnica Italiana Rivista d'Ingegneria e Scienze, IX 2.
- 2) Mosetti F., 1959 — *Sul calcolo dei filtri per analisi periodale col metodo delle combinazioni lineari di ordinate*. Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata, I 3.
- 3) Mosetti F., Manca B., 1972 — *New methods of tides and seiches analysis. Application to the Adriatic Sea*. Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata - Vol. XIV, N. 53 - 54.
- 4) Godin G., 1972 — *The analysis of tides*. Liverpool Press 1972.
- 5) Papa L., 1974 — *Analisi delle maree e costanti armoniche di Genova*. F. C. 1058 Istituto Idrografico della Marina - Genova.